Domácí úkol ze cvičení 9:

1. Vyšetřete konvergenci řady v závislosti na parametru $a > 0$:

a) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{n^a}$; b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{1+a^n}$.

2. Vyšetřete absolutní, případně neabsolutní konvergenci řady:

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2^n}$; b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{n^2+1}$; c) $1 + \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{2}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{2}{9} + \ldots\ldots$

3. V závislosti na parametru $x \in R$ vyšetřete, zda konverguje absolutně, resp. konverguje neabsolutně, resp. diverguje řada

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+1} (x-2)^n$; b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2^n (n+1)} (x+3)^n$; c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$.

A zkuste promyslet:

4. Ukažte, že alternující řada $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+(-1)^n}$ konverguje neabsolutně, i když posloupnost $\left\{ \frac{1}{n+(-1)^n} \right\}$ není monotónní.

5. Ukažte, že alternující řada

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n = \frac{1}{\sqrt{2}-1} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1} + \ldots\ldots + \frac{1}{\sqrt{n}-1} - \frac{1}{\sqrt{n}+1} + \ldots\ldots$$

diverguje, i když $\lim\limits_{n \to \infty} a_n = 0$.